流體力學

第一章 緒論

1.1 流體力學之定義

- 流體力學 (Fluid mechanics) 是一門廣泛的應用力學學科，主要在討論液體或氣體處於靜止或運動狀態時的行為
- 流體力學在工程應用上非常廣泛，包括造船、航空、機械、化工、土木、水利、醫學等工程學科
- 流體力學依研究方向可分為三大部分：

1. 流體靜力學 (Fluid statics): 研究流體在靜止時的定律與狀態，並分析其作用於物體之力
2. 流體運動學 (Fluid kinematics): 探討流體質點之速度、位移及流線等，而不論及動量與能量
3. 流體動力學 (Fluid dynamics): 主要討論流體所受之力與流體之速度、加速度之間關係

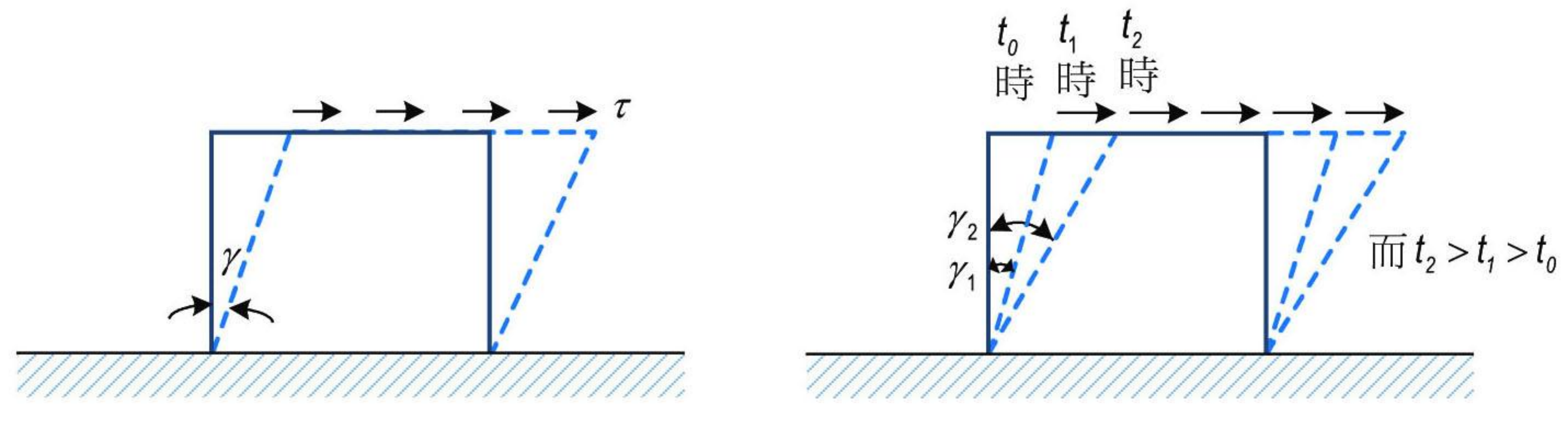
1.2 流體之定義

自然界之物質通常以下列狀態存在：

$$\text{物質 (materials)}\begin{cases}\text{固體 (solid)}\\ \text{流體 (fluid)}\begin{cases}\text{液體 (liquid)}\\ \text{氣體 (gas)}\end{cases}\end{cases}$$

	固體	液體	氣體
分子間結構	緊密	疏鬆	分子間無固定距離
分子間內聚力	最大	次之	最小
體積	不易改變	不易改變	隨壓力、溫度改變
形狀	不易改變	隨容器改變	可任意改變

- 流體 (fluid) 被定義為：一種物質在承受任意大小的剪應力作用，會產生連續不斷的變形；剪應力（單位面積的作用力）是切線力作用在表面而形成。

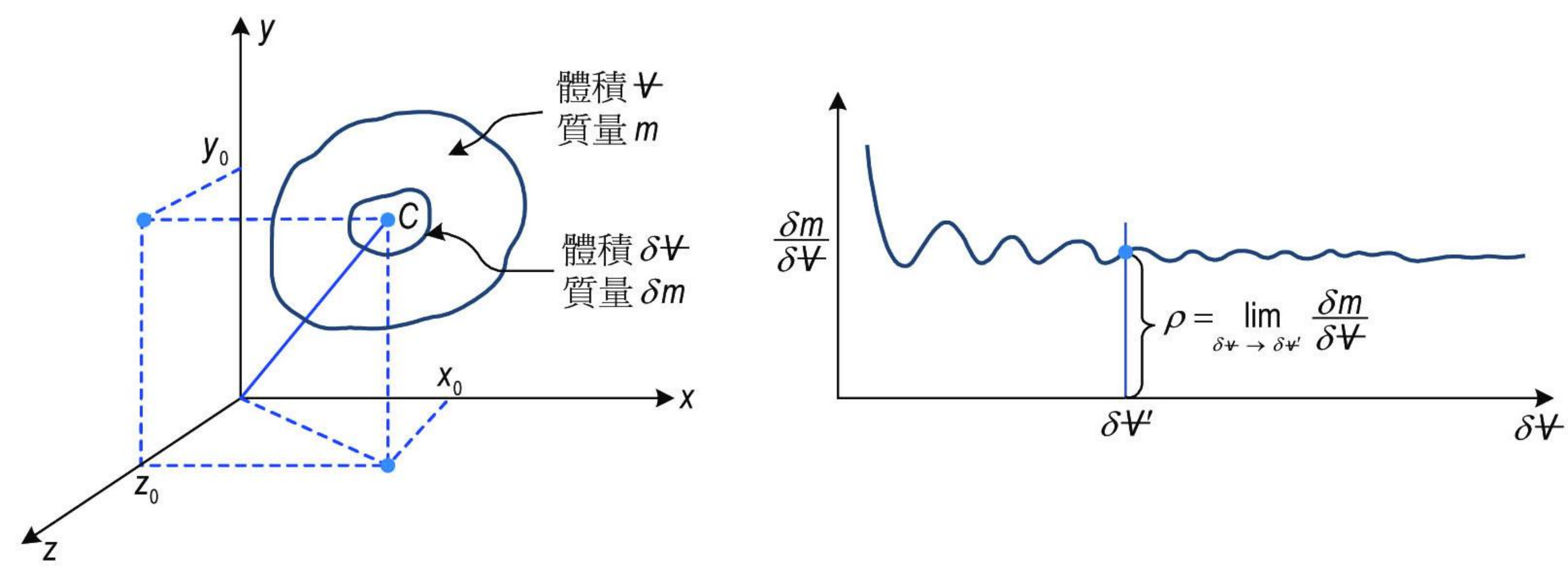


(a) 固體　(b) 流體

1.3 連體(continuum)之假設

- 流體不論是液體或氣體，以微觀(microscopic)之觀點視之，係由許多彼此間為有限距離的分子(molecule)或聚合之分子所構成(換言之，分子間是不連續的)，且這些分子隨時在做”散慢運動(random motion)”和”相互碰撞(collision)”，由於分子數目相當龐大，且運動又不規則，若從微觀的觀點來探討流體，將會使問題變得相當複雜。
- 但當我們以巨觀(macroscopic)之觀點來處理工程問題時，我們只在乎分子平均性質及行為，而非個別分子，因此我們將流體視為一種沒有間隙而連續分佈之物體，即為”連體”來處理，可以將問題簡化而便於工程上之應用。

- 由連體之觀念所定義出的流體性質與行為乃屬一平均值，其大小將視所限定之流體元素尺寸以及該元素在流體中之位置和時間而定
- 若流體元素尺寸相當，符合將其視為連體之要求(通常指尺寸必須比分子間的距離大出許多，且需含有足夠之分子，使統計描述具有意義)，則可將此流體元素視為質點(particle)
- 以數學上極限之觀念，將此質點之特性視為流體趨近於一個點時之特性，亦即任何時間，流體中任意點處之性質，將有一固定值。因此，流體之性質，諸如：密度、壓力、速度…等，均為位置與時間之函數



如圖 1-2 所示，若考慮某一瞬間欲決定流體內任意點 c 處之密度 (density) ρ，若流體為非均等質 (non-homogeneous) 之物質，則

$$\rho = \lim_{\delta \forall \to \delta \forall'} \delta m / \delta \forall$$

1.4 因次與單位

- **1.4.1 因次 (dimension)**
- **1.4.2 單位 (units)**

1.4.1 因次 (dimension)

- 指任何可以量測其大小之物理量，諸如：長度、時間、質量、力、速度、動量…等均是。

1. **基本因次 (fundamental dimension 或 basic dimension)**

一般而言，長度(L)、質量(M)、力(F)、時間(t)、及溫度(T)為基本因次，而視使用之單位系統不同，基本因次有兩種不同系統：

a. 絕對系統(absolute system; 或稱MLtT系統）

使用之基本因次為質量(M)、長度(L)、時間(t)、及溫度(T)

b. 重力系統(gravitational system; 或稱FLtT系統)

使用之基本因次為力(F)、長度(L)、時間(t)、及溫度(T)

2. **誘導因次 (induced dimension)**

係由基本因次誘導組合而成，如速度V=L/t，壓力$p=F/L^2$，能量E=F/L

- 常用之物理量及其因次

物理量	絕對系統 $[M,L,t,T]$ 系統	重力系統 $[F,L,t,T]$ 系統
長度 (L)	L	L
面積 (A)	L^2	L^2
體積 $(\forall)$	L^3	L^3
時間 (t)	t	t
速度 (V)	Lt^{-1}	Lt^{-1}
加速度 (a)	Lt^{-2}	Lt^{-2}
力 (F)	MLt^{-2}	F
比重量 (γ)	$ML^{-2}t^{-2}$	FL^{-3}
質量 (m)	M	$FL^{-1}t^2$
密度 (ρ)	ML^{-3}	$FL^{-4}t^2$
壓力 (p)	$ML^{-1}t^{-2}$	FL^{-2}
應力 (τ)	$ML^{-1}t^{-2}$	FL^{-2}
能量 (E)	ML^2t^{-2}	FL
動量 (P)	MLt^{-1}	Ft
絕對黏度 (μ)	$ML^{-1}t^{-1}$	$FL^{-2}t$
動黏度 (ν)	L^2t^{-1}	L^2t^{-1}
表面張力 (σ)	Mt^{-2}	FL^{-1}

所有的理論推導方程式，都必須達到因次均一 (dimensionally homogeneous) 的要求 —— 意即方程式的各項應具有相同的因次。在描述一個物理現象的所有方程式，因次的均一為基本的前提。若無法符合此要件，則物理量的相等或相加即不具任何意義。

1.4.2 單位 (units)

- 國際單位系統 (International system of units)，簡稱**SI制**

因　次	符　號	單　　位
質　量	*M*	公斤 (kg)
長　度	*L*	公尺 (m)
時　間	*t*	秒 (sec)
溫　度	*T*	攝氏溫度 (°C) 或 凱氏溫度 (°K)

根據物理定律，溫度為0℃的理想氣體在定體積時，每下降1℃時壓力會降低1/273；同理，在定壓力下，每下降1℃時體積會縮小1/273。因此理論上在–273℃的理想氣體會成為沒有熱能的狀態，這時的溫度就稱為絕對零度〈0 K〉，目前的絕對溫度被公認為–273.15℃。

- [力]

牛頓第二定律 **F=M * a**

表示：使一單位質量物質產生一單位加速度所需之單位力

$1\ N = 1\ kg * m/sec^2$

使質量1公斤的物體，產生1 m/sec^2的加速度所需的力，即為1牛頓(N)

在研討流體力學時，因物理性質的真實尺寸範圍較廣，所以在SI制用法上，常以10^3為單位，而冠以單字首作為量的指標。

表 1-3　SI 制常用字首與符號

字　首	符　號	因　數
giga	G	10^9
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}

表 1-4　SI 制常用導出單位

因　次	單　位	符　號	公　式
力	牛頓	N	$kg\text{-}m/sec^2$
	仟牛頓	kN	10^3 N
壓力*	巴斯卡	Pa	N/m^2
	仟巴斯卡	kPa	10^3 Pa
能量、功	焦耳	J	N-m
功率	瓦特	W	J/sec
	仟瓦特	kW	10^3 J/sec

* 氣象學中常用「巴」或「毫巴」表示大氣壓力。
1 巴 $=10^5$ N/m^2 ，1 毫巴 $=10^{-3}$ 巴。

範例 1-1

一質量為 1000 kg 的物體，試求 (a) 在地球表面上之重量為若干？(b) 在月球表面上之重量又為若干？假設地球表面之重力加速度為 9.806 m/sec^2，而月球表面之重力加速度為地球之六分之一。

範例 1-1

一質量為 1000 kg 的物體，試求 (a) 在地球表面上之重量為若干？(b) 在月球表面上之重量又為若干？假設地球表面之重力加速度為 9.806 $\mathrm{m/sec^2}$，而月球表面之重力加速度為地球之六分之一。

解： 由牛頓第二運動定律知 $F = ma$

(a) 地球表面上，$a = 9.806\ \mathrm{m/sec^2}$

故 $$F = 1000\ \mathrm{kg} \times 9.806\ \mathrm{m/sec^2} = 9806\ \mathrm{N}$$

(b) 月球表面上，$a = \dfrac{1}{6} \times 9.806\ \mathrm{m/sec^2} = 1.635\ \mathrm{m/sec^2}$

故 $$F = 1000\ \mathrm{kg} \times 1.635\ \mathrm{m/sec^2} = 1635\ \mathrm{N}$$

END

1.5 流體的物理性質

- 密度、比容積、比重量、比重、壓力

(一) 密　度　　　　希臘字母(rho)

單位體積中所含流體之質量，以 ρ 表示，即

$$\rho = \lim_{\Delta\forall \to \varepsilon^3} \frac{\Delta m}{\Delta \forall} = \frac{dm}{d\forall} \tag{1-1}$$

而 ε 為稍大於分子間平均距離之微小值。密度 (density) 之因次為 $[M]/[L]^3$，典型之 SI 單位為 kg/m^3。

(二) 比容積

單位質量流體所佔有之體積，亦即密度之倒數，以 υ 表示，即

$$\upsilon = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} \tag{1-2}$$

比容積 (specific volume) 之因次為 $[L]^3/[M]$，典型之 SI 單位為 m^3/kg。

比容積在機械工程之熱力學中經常使用，但在土木工程之流體力學中並不常見。

或稱 單位重 (unit weight)

(三) 比重量

希臘字母(gamma)

單位體積中所含流體之重量，以 γ 表示，由重量之定義 $W = mg$，其中 g 為重力加速度，得

$$\gamma = \frac{mg}{\forall} = \rho g \tag{1-6}$$

比重量 (specific weight) 之因次為 $[F]/[L]^3$ 或 $[M]/[L]^2[t]^2$，其典型之 SI 單位為 N/m^3。

比重量 = 密度 * 重力加速度

$g=9.81\ m/s^2$

(四) 比　重

比重 (specific gravity) 代表在一大氣壓及 4°C 的條件下，物質之密度（或比重量）與同體積水之密度（或比重量）之比值，以 *SG* 表示，即

$$S \cdot G = \frac{\rho}{\rho_w} = \frac{\gamma}{\gamma_w} \qquad \textbf{(1-7)}$$

其中 ρ_w , γ_w 分別為水之密度及比重量，比重為無因次物理量。

ρ_w為純水在4^0C時之密度，ρ_w=1000 kg/m^3
γ_W為純水在4^0C時之單位重，γ_w=9810 N/m^3

流體之性質會隨著溫度而改變。
通常是「流體之密度隨溫度升高而變小; 比重亦然」

(五) 壓　力

表單位面積所承受之垂直作用力之大小，一般以 p 表示，即

$$p=\lim_{\Delta A\to\varepsilon^2}\frac{\Delta F}{\Delta A}=\frac{dF}{dA} \qquad \textbf{(1-8)}$$

壓力 (pressure) 之因次為 $[F]/[L]^2$ 或 $[M]/[L][t]^2$，其典型 SI 之單位為 $\mathrm{N/m^2}$(pa) 或 $\mathrm{KN/m^2}$(kPa)。

理想氣體定律

相較於液體而言，氣體更易於壓縮。氣體密度的改變直接引起壓力和密度的變化，方程式表示成

$$p = \rho RT$$

式中 p 為絕對壓力 (absolute pressure, Pa)，ρ 是密度(kg/m^3)，R則是氣體常數(J/kg-K)，T表示絕對溫度(K)。該式通常稱為理想氣體定律(ideal或perfect gas law)，亦可謂理想氣體狀態方程式(equation of state)。只要氣體不要接近液化狀態，在正常的狀況時，真實氣體的行為均可利用此方程式描述。

範例 1-2

試計算二氧化碳在 100°C，一大氣壓 (101.3 kPa) 下的比容積、密度及比重量。

表 1-5　常見氣體之氣體常數

種　類	分子量 (*M*)	工程氣體常數 (*R*) (J / kg - °K)
空氣	29	286.6
氧	32	259.8
二氧化碳	44	188.9
一氧化碳	28	296.9
氫	2.02	4114.9
氦	4	2078
甲烷	16	519.5

範例 1-2

試計算二氧化碳在 100°C，一大氣壓 (101.3 kPa) 下的比容積、密度及比重量。

解： 由表 1-5 知二氧化碳之 $M = 44,\ R = 188.9\ \mathrm{J/kg\text{-}°K}$。

(a) 由理想氣體的狀態方程式知 $p\nu = RT$

故 $$\nu = \frac{RT}{p} = \frac{188.9 \times (273+100)}{101.3 \times 10^3} = 0.696\ \mathrm{m^3/kg}$$

(b) 因 $\nu = \dfrac{1}{\rho}$

故 $$\rho = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{0.696} = 1.438\ \mathrm{kg/m^3}$$

(c) 因 $\gamma = \rho g$

故 $$\gamma = 1.438 \times 9.81 = 14.107\ \mathrm{N/m^3}$$

END

例題 1.3　理想氣體定律

$g=9.81\ m/s^2$　　$p=\rho RT$

$W=mg$

$\rho = m/V$

已知：一部空氣壓縮機［如圖E1.3(a) 所示］的空氣桶體積為 $0.024\ m^3$，假設溫度為 20°C(293 K) 且大氣壓是101.3 kPa (abs)。

求：當空氣桶內充滿空氣的錶壓力345 kPa，試決定空氣桶中的空氣密度與重量。

表 1-5　常見氣體之氣體常數

種　類	分子量 (M)	工程氣體常數 (R) (J/kg-°K)
空氣	29	286.6
氧	32	259.8
二氧化碳	44	188.9
一氧化碳	28	296.9
氫	2.02	4114.9
氦	4	2078
甲烷	16	519.5

圖 E1.3(a)（照片由 Jenny 製造公司授權）

解：

空氣的密度為

$$\rho = \frac{P}{RT}$$

$$\rho = \frac{(345\ \text{kPa} + 101.3\ \text{kPa}) * 10^3}{(286.9\ \text{J/kg}\cdot\text{K})[(20+273)\ \text{K}]}$$

$$= 5.30\ \text{kg/m}^3 \qquad \textbf{(Ans)}$$

空氣的重量 $\mathscr{W}$

$$\mathscr{W} = \rho g \times (\text{體積})$$

$$= (5.30\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)(0.024\ \text{m}^3)$$

$$\mathscr{W} = 1.25\ \text{N} \qquad \textbf{(Ans)}$$

1.6 流體的分類

流體若依其黏滯性與壓縮性之特性，可概分如下：

1. 不可壓縮之無黏性流體：此類流體即為理想流體，係工程分析上之理想化假設，事實上並無此類流體存在。
2. 可壓縮之無黏性流體：高速流動之流體（ 馬赫數 $M \geq 0.3$)，在邊界層以外之流場，可視為此類流體。
3. 不可壓縮之黏性流體：低速流動之流體 ($M \leq 0.3$)，邊界層內之流場，可視為此類流體。
4. 可壓縮之黏性流體：高速流動之流體 ($M \geq 0.3$)，邊界層內之流場，可視為此類流體。

此外之馬赫數 M 為流速與音速之比值。

1.6.1 黏度

- 當液體分子間有相對滑動時，分子層間有所謂之黏滯力以阻止其滑動，而此力強弱通常以黏性係數表示。
- 傳統之黏性係數依牛頓黏度定律定義為「流體所受之剪力與其所發生之剪應變率(rate of change of shear strain)之比值」
- 黏度(viscosity)即代表流體抵抗剪力之能力，亦即為流體層與層間因相對運動所產生之黏滯力之量度
- 流體若依剪應力與剪應變率之關係，可區分為牛頓流體(Newtonian fluid)與非牛頓流體(non-Newtonian fluid)

- 牛頓流體：

凡流體在定溫定壓下，其剪應力與剪應變率成正比關係，其比值為一常數者，如水、空氣、汽油、酒精、甘油等，皆可視為牛頓流體

- 非牛頓流體：

凡流體在定溫定壓下，其剪應力與剪應變率不成正比關係，其比值隨其速度梯度而變化者。

(一) 牛頓流體

如圖 1-3 所示，今考慮具微小間隙之二無限大平板間之流體元素 $ABCD$，當上平板受定值之作用力 δF_x 作用，並以等速度 δu 移動時，則流體元素所受之剪應力 τ_{yx} 可表為

$$\tau_{yx} = \lim_{\delta A_y \to 0} \frac{\delta F_x}{\delta A_y} = \frac{dF_x}{dA_y}$$

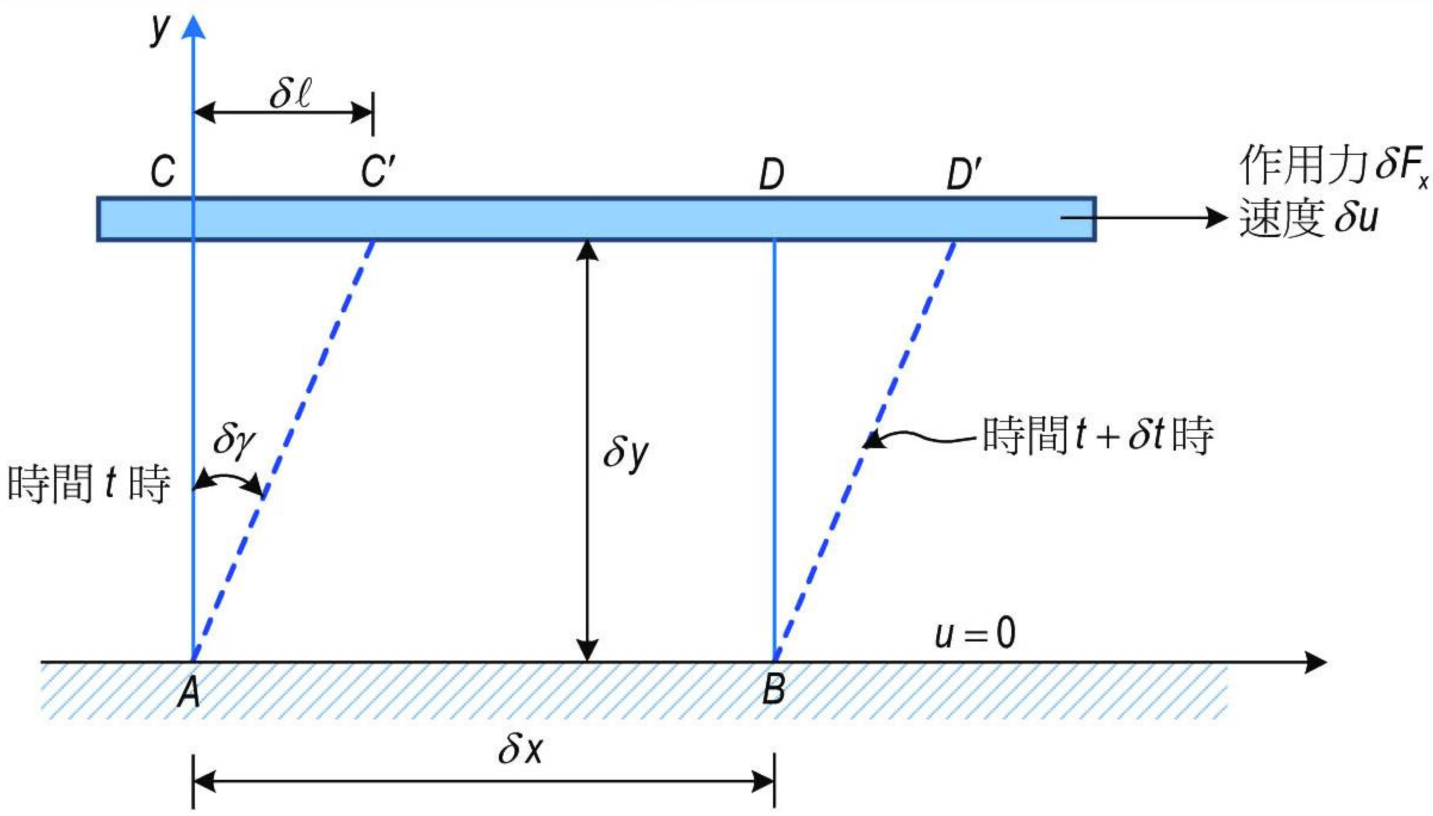


圖 1-3

式中 δA_y 為流體元素與平板之接觸面積。由於剪應力作用之影響，經過 δt 之時間後，流體元素 $ABCD$ 將變形為 $ABC'D'$，則流體元素之剪應變率可表為

$$剪應變率 = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta\gamma}{\delta t} = \frac{d\gamma}{dt}$$

由牛頓流體之定義知：

$$\tau_{yx} \propto d\gamma / dt$$

而

$$\delta \ell = \delta u \delta t$$

因 $\delta\gamma$ 甚小，$\delta \ell = \delta y \delta\gamma$ 故 $\delta u \delta t = \delta y \delta\gamma$，即

$$\frac{\delta\gamma}{\delta t} = \frac{\delta u}{\delta y}$$

亦即

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{du}{dy}$$

所以當剪應變率以速度梯度 (velocity gradient) du/dy 表示時，則

$$\tau_{yx} \propto \frac{du}{dy}$$

若比例常數以 μ 表示時，則

$$\boxed{\tau_{yx} = \mu \frac{du}{dy}} \tag{1-9}$$

上式即為牛頓黏性定律 (Newton's law of viscosity)，而比例常數 μ 稱為絕對黏度 (absolute viscosity) 或動力黏度 (dynamic viscosity)，簡稱黏度，其因次為 $[F][t]/[L]^2$ 或 $[M]/[L][t]$。在公制絕對單位中，其單位為泊 (poise)，通常以 p 表示，1 泊 $=1\,\mathrm{g/cm\text{-}sec}$ 或百分泊 (centipoise)，以 cp 表示，1 百分泊 $=10^{-2}$ 泊。若使用 SI 單位系統，則其單位為 $\mathrm{kg/m\text{-}sec}$ 或 $\mathrm{N\text{-}sec/m^2}$ ($\mathrm{pa\text{-}sec}$)。

又在流體力學問題之推導中，常會出現 μ/ρ 之表示式，亦即流體絕對黏度與其密度之比值，稱為$\boxed{\text{運動黏度}}$ (kinematic viscosity)。一般以 ν 表示，即

$$\boxed{\nu = \frac{\mu}{\rho}} \tag{1-10}$$

其因次為 $[L]^2/[t]$，其單位常使用公制絕對單位，通常稱為史托克 (stoke)，以 st 表示，而 $\boxed{1\,\text{st} = 1\,\text{cm}^2/\text{sec}}$。

(二) 非牛頓流體

1. 塑性體

$$\tau - \tau_0 = \mu \frac{du}{dy}$$

欲使塑性體開始流動，必先克服其臨界剪應力 τ_0，亦即當 $\tau < \tau_0$ 時，其行為和固體一樣，當 $\tau > \tau_0$ 時，行為和牛頓流體一樣，如牙膏和肥皂。

2. 非牛頓流體

$$\tau = K\left(\frac{du}{dy}\right)^n$$

當 $n<1$ 時，為黏性漸減流體當剪應力增加，其黏度反而減少，如滑脂、蛋黃漿等；當 $n>1$ 時，為黏性漸增流體，當剪應力增加，其黏度亦隨之增加，如濕海沙 (wet beach sand)。

a. 流體的剪應力若與剪應變率 (有時亦稱角變形率) 成線性關係，此種流體稱之為牛頓流體 (Newtonian fluid)。

b. 流體的剪應力若不與剪應變率形成線性變化，則此種流體歸類為非牛頓流體 (non-Newtonian fluid)。

c. 剪變薄性流體 (shear thinning fluids) 的視黏度隨剪應變率增加而遞減 ── 流體承受愈大的剪力，黏滯性就變得更小。

d. 對於剪變厚性流體 (shear thickening fluids)，如果剪應變率增加其視黏度亦隨之增加 ── 流體承受愈大的剪力則黏度會變得愈大。

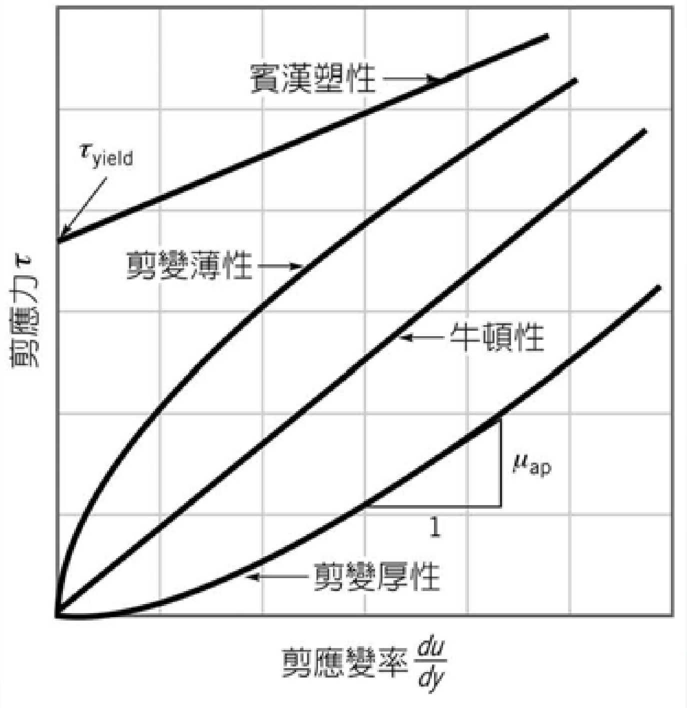


圖 1.6 包含常見非牛頓流體的幾種典型流體之剪應力對剪應變率變化圖

- 一般而言，流體之黏度大小主要係受**分子間之內聚力**與**分子間動量之傳遞**所影響。
- 液體分子與分子間距離較小，分子間之內聚力為造成液體具黏滯性之主要原因，而當溫度升高時，分子動能增加而分子間之內聚力則下降，因此，**液體的黏度隨溫度增加而減少**。
- 氣體分子與分子間距離較大，分子間動量之傳遞為造成氣體具黏滯性之主要原因，當溫度升高時，分子之運動速度加快，動量之傳遞增加，因此，**氣體的黏度隨溫度增加而增加**。

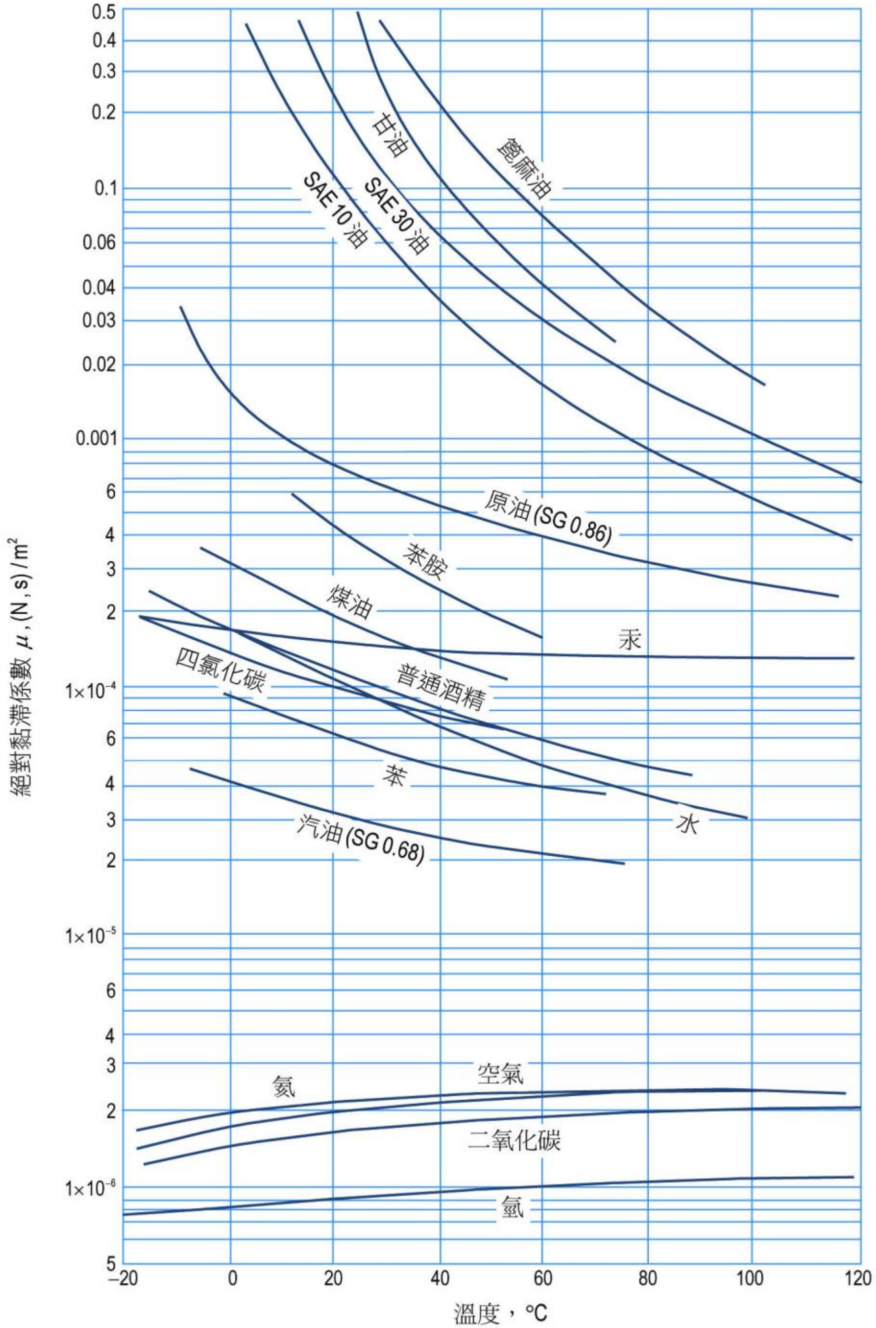


圖 1-5 一般液體與氣體絕對黏度與溫度之關係 ([6] 圖 A.1)

範例 1-3

一液體之絕對黏度為 0.04 泊，且比重為 0.90，(a) 求其絕對黏度之 SI 制表示；(b) 求其運動黏度為若干？分別以 stoke 及 SI 制表示。

範例 1-3

一液體之絕對黏度為 0.04 泊，且比重為 0.90，(a) 求其絕對黏度之 SI 制表示；(b) 求其運動黏度為若干？分別以 stoke 及 SI 制表示。

解： (a) $\mu = 0.04\ \text{p} = 0.04\ \text{g/cm-sec}$

$$= 0.04 \frac{\text{g}}{\text{cm-sec}} \times \frac{1\ \text{kg}}{1000\ \text{g}} \times \frac{100\ \text{cm}}{1\ \text{m}}$$

$$= 0.004\ \text{kg/m-sec}$$

(b) 假設當時水之 $\rho = 1000\ \text{kg/m}^3$，則

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.004\ \text{kg/m-sec}}{0.9 \times 1000\ \text{kg/m}^3}$$

$$= 4.44 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{sec}\ (\text{SI 制})$$

因 $1\ \text{stoke} = 1\ \text{cm}^2/\text{sec}$

故

$$\nu = 4.44 \times 10^{-6} \times \frac{\text{m}^2}{\text{sec}} \times \frac{(100\ \text{cm})^2}{1\ \text{m}^2}$$

$$= 4.44 \times 10^{-2}\ \text{stoke}$$

END

範例 1-4

有流體置於如圖 1-7 所示之兩平板之間，若兩平板之間距 $dy = 5\ \text{mm}$，上平板與流體接觸面積 $A = 0.5\ \text{m}^2$，上平板被 $F = 0.5\ \text{N}$ 之力以等速度拉動，而流體之垂直方向速度成線性分布，試計算當流體分別為 (a) 40°C 之甘油；(b) 20°C 之水及 (c) 60°C 之汽油時上平板之速度。

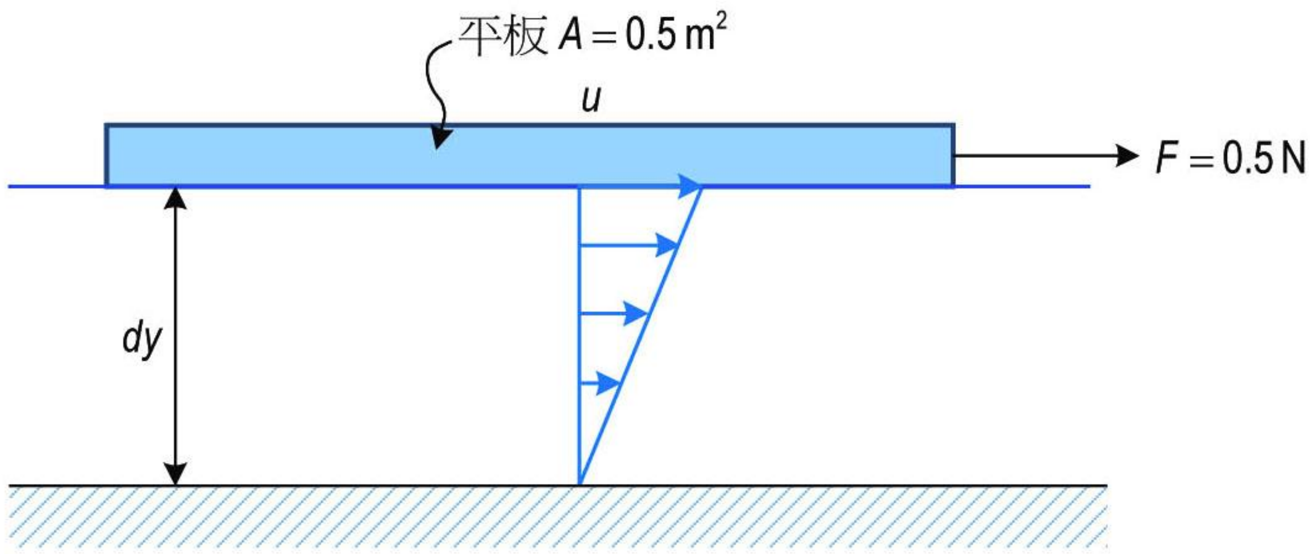


圖 1-7

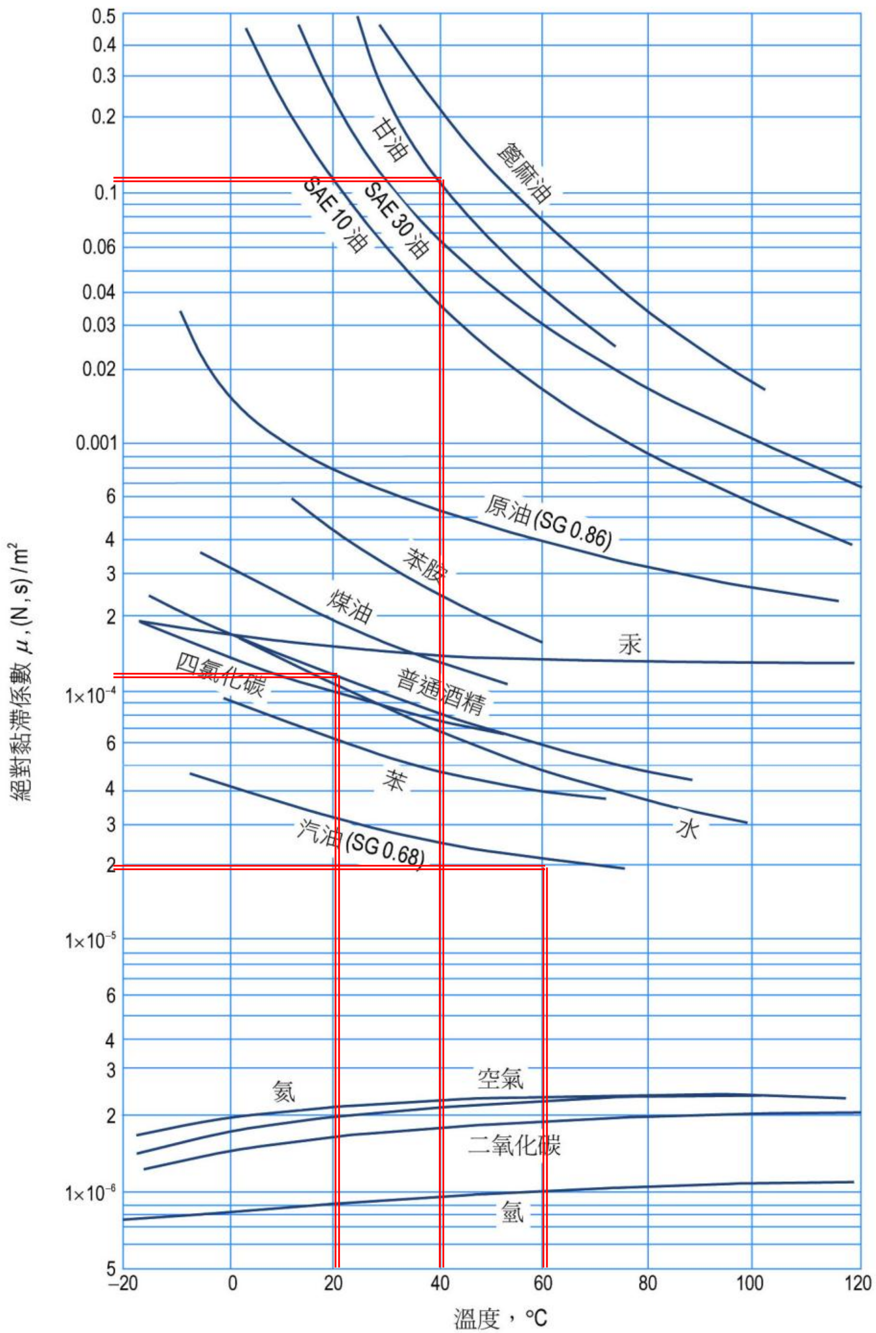


圖 1-5 一般液體與氣體絕對黏度與溫度之關係 ([6] 圖 A.1)

解： 甘油、水與汽油皆可視為牛頓流體，而上平板所受之剪應力

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{0.5}{0.5} = 1\,\mathrm{N/m^2}$$

由牛頓黏度定律知

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

(a) 查表知 40°C 之甘油，其絕對黏度 $\mu = 0.2\,\mathrm{N\text{-}s/m^2}$

知 $$1 = 0.2 \times \frac{u - 0}{5/1000}$$

故 $$u = 0.025\,\mathrm{m/sec}$$

(b) 查表知 20°C 之水，其絕對黏度 $\mu = 1.1\times10^{-3}\ \mathrm{N\text{-}s/m^2}$

知 $$1 = (1.1\times10^{-3})\times\frac{u-0}{5/1000}$$

故 $$u = 4.55\ \mathrm{m/sec}$$

(c) 查表知 60°C 之汽油，其絕對黏度 $\mu = 2\times10^{-5}\ \mathrm{N\text{-}s/m^2}$

知 $$1 = (2\times10^{-5})\times\frac{u-0}{5/1000}$$

故 $$u = 2.5\ \mathrm{m/sec}$$

END